

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN DÂMBOVIȚA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

Etapa locală-21 februarie 2016

Filiera teoretică: profilul științele naturii

Clasa XII

1. Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție: “ \star ” definită prin: $x \star y = xy - 7x - 7y + 56$
 - a) Rezolvați ecuația: $7^x \star 49^x = 7$
 - b) să se găsească două elemente $a, b \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$, cu proprietatea: $a \star b \in \mathbb{N}$
 - c) calculați: $1 \star 2 \star 3 \star \dots \star 2016$.
2. Fie $H = \left\{ A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Z}_4, a \neq 0 \right\}$.
 - a. câte elemente conține mulțimea H ?
 - b. câte elemente A din H au proprietatea că $\det A = \hat{3}$?
3. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \ln(x^2 + 1), & x \geq 0 \\ x^3 + 3x, & x < 0 \end{cases}$.
 - a) arătați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
 - b) Calculați o primitivă a funcției f
 - c) Calculați $\int_{-2}^2 f(x) dx$.
4. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$
 - a) Să se calculeze $\int_1^2 f\left(\frac{1}{x}\right) dx$
 - b) Să se calculeze $\int_{e^{-1}}^{e^2} \frac{f(x)}{x} dx$.

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.